Éléments de correction

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2015

Le plan est muni d'un repère orthogonal $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,,\overrightarrow{j}\right)$, dont on ajustera les unités graphiques en fonction des éléments à construire.
Les **questions (1)**, **(2)** et **(3)** sont indépendantes. Il est donc demandé d'utiliser pour chacune d'entre elle, un nouveau repère et **vous justifierez vos constructions**.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |2x+1| + |-x+2|$.

- **a.** Construire en rouge la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ de la fonction f.
- **b.** En déduire la représentation graphique $\mathcal{C}_g$ (en bleu) et $\mathcal{C}_h$ (en vert) des fonctions g et h définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(x+1)$ et $h(x) = f(x) - 2$.

2. Soit k la fonction périodique de période $T = 2$ telle que, pour tout $x \in [-2;0]$, $k(x) = \begin{cases} -2x-3 \text{ si } x \in [-2;-1] \\ 2x+1 \text{ si } x \in]-1;0] \end{cases}$.

- **a.** Construire en rouge la courbe représentative $\mathcal{C}_k$ de k sur l'intervalle $[-2;0]$.
- **b.** Compléter ce tracé en bleu de sorte à obtenir la représentation graphique de $\mathcal{C}_k$ sur l'intervalle $[-8;6]$.

3. Soit ℓ la fonction périodique de période $T = 2$ telle que : $\begin{cases} \ell \text{ est une fonction impaire} \\ \forall x \in [0;1]\,, \quad \ell(x) = -4x(x-1) \end{cases}$.

- **a.** Dresser le tableau de variation de la fonction $j : \left| \begin{array}{ccc} [0;1] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & -4x(x-1) \end{array} \right.$, puis en construire en rouge la représentation graphique $\mathcal{C}_j$ sur $[0;1]$.
- **b.** En déduire, en bleu, la représentation graphique $\mathcal{C}_\ell$ de ℓ sur l'intervalle $[-6;8]$.

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2015

1.
- **a.** On commence par exprimer $f(x)$ sans valeurs absolues, où l'on obtient une fonction affine par morceaux qu'il suffit de construire.
- **b.** On obtient les représentations graphiques demandées par translations.

2.
- **a.** On construit le « motif » de k comme étant une fonction affine par morceaux.
- **b.** On complète le tracé par report de ce motif.

3.
- **a.** j est une fonction polynôme de degré 2...
- **b.** On obtient le tracé de ℓ après avoir construit son « motif ».

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2 | Réf. 1700

On considère le schéma suivant où la petite poulie « poulie menante » entraîne l'autre poulie par l'intermédiaire d'une courroie.
On démontre que l'intensité de la tension $\overrightarrow{T}$ dans le brin menant se calcule par la formule :

$$T = F\frac{\mathrm{e}^{k\alpha}}{\mathrm{e}^{k\alpha}-1}$$

où :

- F est l'intensité de la force tangentielle sur la poulie menante exprimée en déca Newtons (daN) ;
- k est le coefficient de frottement de la courroie sur la jante ;
- α est la mesure en radians de l'arc de contact de la courroie sur la petite poulie.

On suppose dans la suite que $F = 10$daN et $k = 0,25$. En posant $x = k\alpha$, l'étude de T en fonction de α mène à l'étude de la fonction f donnée par $f(x) = 10\frac{\mathrm{e}^{x}}{\mathrm{e}^{x}-1}$.

1. **a.** Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}_+^*$, et calculer les limites de f aux bornes de cet ensemble d'étude.
   b. Construire la courbe représentative $\mathcal{C}$ de f dans un repère orthogonal $\left(O\ ;\ \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ d'unités graphiques 10 cm en abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées.
   Mettre en évidence les deux droites asymptotes de cette courbe.
2. Calculer la valeur de T lorsque $\alpha = 3$ rad (soit environ 172 °) puis lorsque $\alpha = 2,8$ rad (soit environ 160 °). Arrondir au centième.
3. Mettre en évidence ces valeurs sur le graphique. En déduire dans quel intervalle varie T lorsque α varie entre 2,8 rad et 3 rad.

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 1700

1. **a.** On commence par dériver f, puis on étudie (proprement...) le signe de sa dérivée, et on s'intéresse à ses limites en 0 et $+\infty$ que l'on traite correctement !
   b. On construit $\mathcal{C}_f$.
2. On effectue le calcul demandé en donnant dans un premier temps la valeur exacte, puis la valeur approchée demandée.
3. On revient à T à l'aide de l'étude de f.