## Éléments de correction

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

## Un peu de technique

### EX. 1 | Réf. 2002

**1.** Résoudre les deux équations suivantes :

**a.** $\cos(3x) = \dfrac{1}{2}$ ; **b.** $\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

**2.** On se propose de résoudre l'équation $(E)$ : $\sin(x) + \cos(x) = -\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

**a.** Vérifier que, pour tout $x \in \mathbb{R}$ : $\sqrt{2}\cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) = \cos(x) + \sin(x)$.

**b.** Montrer alors que : $(E) \quad \Leftrightarrow \quad \cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

**c.** En déduire la résolution de $(E)$.

**3.** Soient $x$ et $y$ deux réels de l'intervalle $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$ tels que $\cos(x) = \dfrac{3}{5}$ et $\cos(y) = \dfrac{1}{3}$.
Calculer $\sin(2x - y)$.

### EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2002

- Deux équations trigonométriques classiques...
- Utiliser les formules de trigonométrie pour montrer la relation demandée.
- Finir la résolution de $(E)$ à l'aide de la nouvelle expression pour son premier membre.
- Développer $\sin(2x - y)$, $\cos(2x)$ et $\sin(2x)$ et en déduire $\sin(y)$.

## Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

### EX. 2 | Réf. 2291

**1.** Soit $h : x \longmapsto x + \sqrt{x^2 + 1}$.

**a.** Quel est le domaine de définition $\mathcal{D}_h$ de $h$ ?

**b.** Calculer $h'(x)$ pour tout $x \in \mathcal{D}_h$.

**c.** Étudier le signe de $h'(x)$ sur $\mathcal{D}_h$ et en déduire les variations de $h$ sur $\mathcal{D}_h$.

**d.** Étudier les limites de $h$ aux bornes de $\mathcal{D}_h$.

**e.** En déduire le signe de $h$ sur $\mathcal{D}_h$.

**2.** Soit $f : x \longmapsto \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$.

**a.** Quel est le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de $f$ ?

**b.** Étudier la parité de $f$.

**3.** Soit $g : x \longmapsto \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 4}\right)$. On admet que $\mathcal{D}_g = \mathbb{R}$.

**a.** Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, \quad g(2x) = f(x) + \ln(2)$.

**b.** Démontrer que dans un repère orthonormé $\left(O ; \vec{i}, \vec{j}\right)$ du plan, le point $K(0, \ln(2))$ est un centre de symétrie de la courbe représentative de $g$.

## EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2291

- Repérer les opérations conditionnées par la valeur de $x$ dans l'expression $h(x)$.
- Calculer $h'(x)$ avec les bonnes formules de dérivation...
- Remarquer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\left|\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right| \leq 1$ et le justifier !
- Identifier les bornes de $\mathcal{D}_h$ où l'on cherche les limites, puis lever les différentes indéterminées.
- Exploiter le tableau de variation de $h$ pour trouver le signe de cette dernière.
- Se servir de $h$ pour obtenir $\mathcal{D}_f$.
- Prouver que $\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\left(-x+\sqrt{x^2+1}\right) = 1$ et l'utiliser à bon escient ici.
- Expliciter $g(2x)$ et faire apparaître $f(x)$...
- À l'aide d'un croquis, traduire « $K$ est centre de symétrie de $\mathcal{C}_g$ ».