Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 0198

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :

$$(E) : \cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=0$$

EX. 2 | Réf. 2787

Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$: $\quad \cos^4(x)+\sin^4(x)=1-\frac{1}{2}\sin^2(2x)$

puis que : $$\cos^4(x)+\cos^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos^4\left(x+\frac{2\pi}{4}\right)+\cos^4\left(x+\frac{3\pi}{4}\right)=\frac{3}{2}$$

EX. 3 | Réf. 2820

1. À l'aide des formules de duplication, montrer que $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.
2. En déduire les valeurs de $\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$, $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{8}\right)$.
3. Combient vaut alors $\left(\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)^2+\left(\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)\right)^2+\left(\sin\left(\frac{5\pi}{8}\right)\right)^2+\left(\sin\left(\frac{7\pi}{8}\right)\right)^2$?

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 4 | Réf. 2819

1. Soit $f : \left|\begin{array}{lcl}\mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R}\\ x & \longmapsto & \sin(2x)\cos(3x)\end{array}\right.$.
   - **a.** Montrer que : $\quad \forall x\in\mathbb{R},\quad f(x)=\frac{1}{2}\left(\sin(5x)-\sin(x)\right)$.
   - **b.** En déduire les primitives sur $\mathbb{R}$ de la fonction f.
   - **c.** Déterminer alors la primitive $\mathbb{F}$ de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie $\mathbb{F}\left(\frac{\pi}{4}\right)=-1$.
2. Soit $g : \left|\begin{array}{lcl}\mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R}\\ x & \longmapsto & (\cos(x))^4\end{array}\right.$.
   - **a.** Montrer que : $\quad \forall x\in\mathbb{R},\quad g(x)=\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\cos(2x)+\frac{1}{8}\cos(4x)$.
   - **b.** En déduire les primitives sur $\mathbb{R}$ de la fonction g.
   - **c.** Déterminer alors la primitive $\mathbb{G}$ de g sur $\mathbb{R}$ qui vérifie $\mathbb{G}\left(\frac{\pi}{3}\right)=1$.