Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 0144

Déterminer si elle existe la limite en $+\infty$ de $f(x)$ où : $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}$

EX. 2 | Réf. 2285

1. Étudier le signe du quotient $\dfrac{6x^2-11x+4}{x-2}$.

2. Résoudre l'inéquation $\dfrac{9}{x-3}\leq -6+\dfrac{5}{2x+1}$.

3. On considère l'inéquation $-6x^4+29x^2-35>0$.

a. Déterminer les racines du polynôme du second degré $-6X^2+29X-35$, puis le factoriser.

b. En déduire une factorisation du polynôme $-6x^4+29x^2-35$.

c. Résoudre alors l'inéquation proposée.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 2365

L'équation (F) : $x^3+3x+1=0$ admet au moins une solution réelle.
On se propose dans cet exercice de chercher cette dernière.

On admet le résultat suivant : *Si l'on connaît la somme S et le produit P de deux nombres, alors ceux-ci sont racines de l'équation $x^2-Sx+P=0$.*

1. Mise en place du changement de variable : on pose $x=u+v$.

a. Montrer que : $(F) \quad\Leftrightarrow\quad u^3+3u^2v+3uv^2+v^3+3(u+v)+1=0$.

b. En factorisant par uv dans le deuxième et troisième terme, montrer que :

$$(F) \quad\Leftrightarrow\quad u^3+3uv(u+v)+v^3+3(u+v)+1=0$$

puis que : $(F) \quad\Leftrightarrow\quad u^3+v^3+3(u+v)(uv+1)+1=0$.

c. En se rajoutant la condition $uv+1=0$, que devient (F) ?

d. En déduire que si l'on pose $x=u+v$ avec $uv+1=0$, on est amené à résoudre le système $\mathcal{S}$: $\begin{cases} u^3+v^3=-1 \\ uv=-1 \end{cases}$.

2. Résolution du système $\mathcal{S}$:

a. Montrer que : $\mathcal{S} \quad\Leftrightarrow\quad \begin{cases} U+V=-1 \\ UV=-1 \end{cases}$ en posant $U=u^3$ et $V=v^3$.

b. En déduire que U et V sont solutions de l'équation (F_1) : $\alpha^2+\alpha-1=0$.

c. Résoudre (F_1).

d. En déduire une solution de (F).