Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1| Réf. 0198

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :

$$(E) : \cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=0$$

EX. 2| Réf. 2017

1. Transformer en produit la somme $S=\sin(x)+\sin(3x)+\sin(7x)+\sin(9x)$, en remarquant que $1+9=7+3$.
2. Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$:
$$\cos^4(x)+\sin^4(x)=1-\frac{1}{2}\sin^2(2x)$$
puis que :
$$\cos^4(x)+\cos^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos^4\left(x+\frac{2\pi}{4}\right)+\cos^4\left(x+\frac{3\pi}{4}\right)=\frac{3}{2}$$

EX. 3| Réf. 0144

Déterminer si elle existe la limite en $+\infty$ de $f(x)$ où : $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}$

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 4| Réf. 1930

On a voulu tester l'isolation thermique d'une pièce d'un appartement et on a opéré de la façon suivante :

On a chauffé la pièce jusqu'à ce que la température soit stabilisée à 19℃. On a alors totalement coupé le chauffage à l'instant $t=0$. On a observé l'évolution de la température dans la pièce et on a noté qu'à chaque intervalle d'une demi-heure, correspondait une baisse de la température de $\frac{1}{10}$ de sa valeur.

Dans tout le problème, le temps t est exprimé en heures.
On admet que la température, exprimée en degré Celsius, dans la pièce au bout du temps t, est donnée par la fonction θ dont l'expression est :

$$\theta(t)=\theta(0)\times \mathrm{e}^{kt\ln(0,9)}\qquad(\star)$$

où k est une constante réelle, et $\theta(0)$ est la température à l'instant $t=0$.

1. À quoi correspond la valeur $\theta(0,5)$? Puis justifier que $\theta(0,5)=\frac{9}{10}\theta(0)$.
2. À l'aide de la relation $(\star)$, déterminer alors la valeur de k, et écrire explicitement l'expression de $\theta(t)$ en fonction de t.
3. Donner l'expression de la dérivée $\theta'(t)$ de θ sur l'intevalle $[0;+\infty[$, et en déduire le tableau de variation de la fonction θ sur l'intervalle $[0;6]$.
4. Dans une autre pièce, au cours d'une expérience analogue, la courbe représentant la variation de température en fonction du temps t avait pour équation $\theta(t)=20\mathrm{e}^{2t\ln(0,8)}$.
Quel avait été, dans cette pièce, le temps nécessaire pour que l'on y observe un abaissement de la température de 20°C à 6°C ?