

## Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution.**

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

## Un peu de technique

## EX. 1 | Réf. 3747

Soit  $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$  tel que sa matrice dans la base canonique de  $\mathbb{R}^3$  est  $A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{a} & \frac{1}{ab} \\ a & 1 & \frac{1}{b} \\ ab & b & 1 \end{pmatrix}$  où  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  avec  $a \times b \neq 0$ .

Déterminer une base du noyau et de l'image de  $f$ .

## Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

## EX. 2 | Réf. 0813

On suppose que l'espace  $\mathcal{E}$  est muni d'un repère orthonormé direct  $\mathcal{R} = (O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  dans lequel seront exprimés toutes les équations cartésiennes, les coordonnées des points et vecteurs considérés dans cet exercice.

On désigne par  $(\Sigma)$  la surface de l'espace dont une équation cartésienne est :  $(\star) : xy - z^3 = 0$ .

1. Déterminer tous les points stationnaires de  $(\Sigma)$ .
2. Donner un paramétrage de la droite  $(\mathcal{D})$  d'équations cartésiennes  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3(z - 1) \end{cases}$ .
3. Déterminer alors le(s) point(s) de  $(\Sigma)$  en lesquels le plan tangent à  $(\Sigma)$  contient la droite  $(\mathcal{D})$ .