Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

Exercice| [4018] | 1| Étude d'un projecteur

Soit $f \in \mathcal{L}\left(\mathbb{R}^3\right)$ dont la matrice dans la base canonique $\mathcal{B} = (e_1, \ldots, e_3)$ est $A = \dfrac{1}{6}\begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Montrer que f est un projecteur de $\mathbb{R}^3$ et identifier ses éléments caractéristiques.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

Exercice| [4240] | 2| Convergence d'une intégrale impropre

L'objet de cet exercice consiste en l'étude de la convergence et du calcul de l'intégrale impropre $I = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{x^{\frac{3}{2}}}\,\mathrm{d}x$.

(1). Montrer que l'intégrale I est convergente.

(2). Montrer que l'intégrale $J = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + x\sqrt{2} + 1}\,\mathrm{d}x$ est convergente et calculer sa valeur.

(3). On admet que $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^4+1}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$.

À l'aide d'une intégration par parties que $I = 2\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}\,(x^2+1)}\,\mathrm{d}x$ et en déduire la valeur de I àl'aide du changement de variable $u = \sqrt{x}$.