Éléments de correction

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 0144

Déterminer si elle existe la limite en $+\infty$ de $f(x)$ où : $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}$

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 0144

- Commencer par identifier la forme indéterminée rencontrée...
- Remarquer que $a-b=\dfrac{(a-b)(a+b)}{a+b}$...
- Puis factoriser au numérateur et au dénominateur par x dans les différents radicaux...

EX. 2 | Réf. 2285

1. Étudier le signe du quotient $\dfrac{6x^2-11x+4}{x-2}$.

2. Résoudre l'inéquation $\dfrac{9}{x-3}\leq -6+\dfrac{5}{2x+1}$.

3. On considère l'inéquation $-6x^4+29x^2-35>0$.

a. Déterminer les racines du polynôme du second degré $-6X^2+29X-35$, puis le factoriser.

b. En déduire une factorisation du polynôme $-6x^4+29x^2-35$.

c. Résoudre alors l'inéquation proposée.

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2285

1. On cherche les racines du polynôme $6x^2-11x+4$, puis on construit un tableau de signe.

2. On transforme cette inéquation en étude de signe après une réduction au même dénominateur.

3. Se laisser guider par les questions.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 2365

L'équation (F) : $x^3+3x+1=0$ admet au moins une solution réelle.
On se propose dans cet exercice de chercher cette dernière.

On admet le résultat suivant : *Si l'on connaît la somme S et le produit P de deux nombres, alors ceux-ci sont racines de l'équation $x^2-Sx+P=0$.*

1. Mise en place du changement de variable : on pose $x=u+v$.

a. Montrer que : $(F) \quad\Leftrightarrow\quad u^3+3u^2v+3uv^2+v^3+3(u+v)+1=0$.

b. En factorisant par uv dans le deuxième et troisième terme, montrer que :

$$(F)\quad\Leftrightarrow\quad u^3+3uv(u+v)+v^3+3(u+v)+1=0$$

puis que : $(F)\quad\Leftrightarrow\quad u^3+v^3+3(u+v)(uv+1)+1=0$.

c. En se rajoutant la condition $uv+1=0$, que devient (F) ?

d. En déduire que si l'on pose $x=u+v$ avec $uv+1=0$, on est amené à résoudre le système $\mathcal{S}$: $\begin{cases} u^3+v^3=-1 \\ uv=-1 \end{cases}$.

2. Résolution du système $\mathcal{S}$:

a. Montrer que : $\mathcal{S} \Leftrightarrow \begin{cases} U+V=-1 \\ UV=-1 \end{cases}$ en posant $U=u^3$ et $V=v^3$.

b. En déduire que U et V sont solutions de l'équation (F_1) : $\alpha^2+\alpha-1=0$.

c. Résoudre (F_1).

d. En déduire une solution de (F).

EX. 3 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2365

1. a. Remplacer x par l'expression proposée et mener les calculs correctement jusqu'au bout.

b. Factoriser comme c'est demandé, puis mener les calculs jusqu'au bout...

c. Se laisser guider...

d. Conclure...

2. a. La relation entre U et u nous dit ce qu'il y a à faire...

b. Utiliser le résultat admis en début d'exercice.

c. C'est une équation de degré 2...

d. Il faut revenir à x à partir des valeurs trouvées pour u et v.