

Éléments de correction

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'appropriier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle-même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 3747

Soit $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ tel que sa matrice dans la base canonique de \mathbb{R}^3 est $A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{a} & \frac{1}{ab} \\ a & 1 & \frac{1}{b} \\ ab & b & 1 \end{pmatrix}$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ avec $a \times b \neq 0$.

Déterminer une base du noyau et de l'image de f .

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 3747

- On utilise les techniques classiques d'échelonnement pour trouver une base du noyau et de l'image.
- On remarque que a et b sont non nuls et donc certaines opérations élémentaires seront licites, mais il faudra le préciser!

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2 | Réf. 0813

On suppose que l'espace \mathcal{E} est muni d'un repère orthonormé direct $\mathcal{R} = (O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dans lequel seront exprimés toutes les équations cartésiennes, les coordonnées des points et vecteurs considérés dans cet exercice.

On désigne par (Σ) la surface de l'espace dont une équation cartésienne est : $(\star) : xy - z^3 = 0$.

1. Déterminer tous les points stationnaires de (Σ) .
2. Donner un paramétrage de la droite (\mathcal{D}) d'équations cartésiennes $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3(z - 1) \end{cases}$.
3. Déterminer alors le(s) point(s) de (Σ) en lesquels le plan tangent à (Σ) contient la droite (\mathcal{D}) .

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 0813