Éléments de correction

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2286

Résoudre le système linéaire 3×3 suivant en détaillant les différentes étapes :

$$(\mathcal{S}) : \begin{cases} 2x - y + 3z = -8 \\ -2x + 2y + z = -15 \\ 3x - 2y + 4z = -8 \end{cases}$$

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2286

- Être capable de résoudre un système linéaire 3×3.

EX. 2 | Réf. 2287

On se propose dans cet exercice de déterminer le signe du quotient :

$$Q(x) = \frac{-6x^3 + 19x^2 - 19x + 6}{3x^2 - 2x - 8}$$

1. Pour tout réel x, on pose $R(x) = 3x^2 - 2x - 8$. Résoudre l'équation $R(x) = 0$.
2. Pour tout réel x, on pose $P(x) = -6x^3 + 19x^2 - 19x + 6$.
   - **a.** Montrer que 1 est racine de P.
   - **b.** Déterminer trois réels a, b et c tels que : $\forall x \in \mathbb{R}, \quad P(x) = (x-1)\left(ax^2 + bx + c\right)$
   - **c.** Factoriser alors P sous forme d'un produit de 3 fonctions affines.
   - **d.** Résoudre l'inéquation $P(x) < 0$.
3. Utilisez les questions précédentes pour construire le tableau de signe de $Q(x)$.

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2287

1. Résoudre une équation de degré 2.
2.
   - **a.** Vérifier qu'un nombre est racine d'un polynôme.
   - **b.** Factoriser un polynôme de degré 3.
   - **c.** Terminer la factorisation d'un polynôme de degré 3
   - **d.** Étudier le signe d'un polynôme de degré 3.
3. Étudier le signe d'un quotient.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 2289

On se propose dans cet exercice de résoudre l'équation (E) : $\quad x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$.

1. 0 est-il solution de (E) ?

2. Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, développer et réduire l'expression $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2+6$.
3. Montrer qu'en posant $X = x + \dfrac{1}{x}$, l'équation (E) peut se ramener à la résolution d'une équation de degré 2 en X.
   On pourra diviser (E) par x^2 en le justifiant.
4. La résoudre.
5. Déterminer alors les solutions de (E).

EX. 3 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2289

1. Vérifier si un nombre est solution d'une équation ;
2. Développer une expression.
3. Effectuer un changement d'inconnue dans une équation en s'inspirant des équations bicarrées rencontrées en exercices.
4. Résolution d'une équation de degré 2 ;
5. Revenir à l'inconnue initiale à l'aide du changement de la relation définissant le changement d'inconnue.