Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question… **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 1970

1. Calculer les dérivées des fonctions f données ci-après, définies et dérivables sur l'intervalle I.

a. $f(x) = x^2 \mathrm{e}^{-x^2}$ sur $I = \mathbb{R}$;

b. $f(x) = x^2 \left(\ln(x) - \dfrac{1}{x}\right)$ sur $I = \mathbb{R}_+^*$;

c. $f(x) = \mathrm{e}^{x} \left(2x^2 - x + 1\right)$ sur $I = \mathbb{R}$;

d. $f(x) = \ln\left(\dfrac{x-2}{x+2}\right)$ sur $I =]2;+\infty[$.

2. Déterminer une primitive des fonctions f données ci-après, définies et continues sur l'intervalle I.

a. $f(x) = \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{1}{x}$ sur $I = \mathbb{R}_+^*$;

b. $f(x) = 3x\mathrm{e}^{-x^2+1}$ sur $I = \mathbb{R}$;

c. $f(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$ sur $I =]1;+\infty[$;

d. $f(x) = -4\sin(2x)\left(\cos(2x)\right)^3$ sur $I = \mathbb{R}$.

EX. 2 | Réf. 1944

Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté à un repère orthonormé $\mathcal{R} = \left(O\,;\,\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$, et les coordonnées des points et vecteurs, ainsi que les équations de droites, seront données dans ce dernier.
m étant un paramètre réel, on considère la famille de droites $(\mathcal{D}_m)$ où $\mathcal{D}_m :\quad mx + 2y - 1 = 0$.

1. Montrer que toutes les droites de la famille contiennent un même point A dont on donnera les coordonnées.

2. Déterminer les droites $\mathcal{D}_m$ de la famille qui sont parallèles à la droite Δ d'équation $y = x$.

3. Déterminer les droites $\mathcal{D}_m$ de la famille qui contiennent le point $B(-1, 1)$.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 1968

Le plan $\mathcal{P}$ est muni d'un repère orthonormé $\mathcal{R} = \left(O\,;\,\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.
Soit le cercle $\mathcal{C}$ d'équation $x^2 + y^2 - 3x + 4y = 0$ dans le repère $\mathcal{R}$.

1. Le point O appartient-il à $\mathcal{C}$?

2. Déterminer les deux autres points d'intersection du cercle $\mathcal{C}$ avec les deux axes de coordonnées.
On notera A le point d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses autre que O, et B celui avec l'axe des ordonnées autre que O.

3. En vous servant uniquement des résultats de la **question (1).** et de la **question (2).**, déterminer le centre Ω et le rayon R du cercle $\mathcal{C}$.

4. Quelle est une équation de la tangente $\mathcal{T}$ à $\mathcal{C}$ au point O ?

5. **a.** Quelles sont les coordonnées du milieu K du segment $[OA]$.

b. Vérifier que la droite Δ d'équation $x = \dfrac{3}{2}$ est la médiatrice du segment $[OA]$.

c. Déterminer le point d'intersection L entre Δ et $\mathcal{T}$.

d. Montrer alors que la droite (AL) est tangente au cercle $\mathcal{C}$ au point A.

6. Les droites $\mathcal{T}$ et (AL) sont-elles perpendiculaires ?