

Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution.**

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 0596

À l'aide d'une intégration par parties, calculer la valeur de l'intégrale $I = \int_2^3 \frac{y}{\sqrt{y-1}} dy$.

EX. 2 | Réf. 0597

À l'aide du changement de variables $u = e^t$, calculer la valeur de l'intégrale $I = \int_1^{e^2} \frac{\ln(u)}{u + u(\ln(u))^2} du$.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 0910

On considère la fonction f définie par : $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $t \mapsto \frac{2e^t}{\sqrt{1+t^2}}$.

- Dresser le tableau de variations complet pour f en précisant notamment les limites aux bornes de son ensemble de définition.
- Démontrer que : $\forall t \in [0; +\infty[, 2e^t - t - t^2 > 0$ et $1 + t \geq \sqrt{1+t^2}$.
 - En déduire que : $\forall t \in [0; +\infty[, f(t) > t$.

- On considère l'application G donnée par : $G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \int_{-x}^x f(t) dt$.

- Montrer que G est une fonction impaire.
- À l'aide d'une primitive F de f sur \mathbb{R} dont on justifiera l'existence, montrer que G est de classe \mathcal{C}^1 sur \mathbb{R} et expliciter alors $G'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
- Quelle est la limite de $G(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$?
- Dresser le tableau de variations complet pour G sur \mathbb{R} en précisant notamment les limites aux bornes de son ensemble de définition.