Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2360

Résoudre à l'aide de la méthode dite de « combinaison », le système $\mathcal{S}$: $\begin{cases} 7x - 3y = 23 \\ 3x + 7y = 13 \end{cases}$.

On veillera à écrire toutes les étapes de la résolution, ainsi que les opérations élémentaires effectuées pour cette dernière.

EX. 2 | Réf. 2441

La fonction $f : x \longmapsto \left(1+\sqrt{1+x^2}\right)^3 + \left(1-\sqrt{1+x^2}\right)^3$ est-elle une fonction polynôme de degré 2 ? Si oui, justifier.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 2442

On suppose que le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\mathcal{R} = \left(O\,;\,\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ dont on note $\mathcal{B} = \left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ la base de vecteurs du plan associée. Les coordonnées des points et vecteurs sont données respectivement dans $\mathcal{R}$ et $\mathcal{B}$.

Dans tout cet exercice, m désigne un réel quelconque.

Soit $\mathcal{D}_m$ la droite passant par $A(-2, 0)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u_m}\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ et $\mathcal{C}$ la courbe d'équation $x^2+y^2-2x-4y=0$.

1. Montrer que $\mathcal{C}$ est un cercle et déterminer son centre Ω et son rayon R.
2. Donner, en fonction de m, une équation cartésienne de $\mathcal{D}_m$ en fonction de m.
3. Exprimer, en fonction de m, la distance de Ω à $\mathcal{D}_m$.
4. Montrer que $\mathcal{D}_m$ est tangente à $\mathcal{C}$ si, et seulement si, $m \in \left\{\dfrac{3-\sqrt{10}}{2}, \dfrac{3+\sqrt{10}}{2}\right\}$.
5. En déduire les équations cartésiennes des tangentes à $\mathcal{C}$ issues de A.