Éléments de correction

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 1973

Soient $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ les deux droites d'équations cartésiennes respectives $-x+3y-5=0$ et $2x+11y-7=0$.

1. Le point $A_2\,(-13,3)$ appartient-il à $\mathcal{D}_2$?
2. Donner un vecteur directeur $\overrightarrow{u_2}$ de $\mathcal{D}_2$.
3. Écrire un système d'équations paramétriques de $\mathcal{D}_2$.
4. Les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont-elles sécantes ? Justifier votre réponse.
5. Résoudre le système d'équations $\mathcal{S} : \left\{ \begin{array}{l} -x+3y-5=0 \\ 2x+11y-7=0 \end{array} \right.$. Que vient-on d'obtenir ?
6. Soit $\mathcal{D}_3$ la droite qui passe par $A_3\,(11,10)$ et perpendiculaire à $\mathcal{D}_2$.
   a. Déterminer une équation cartésienne de $\mathcal{D}_3$.
   b. Calculer la distance du point A_3 à la droite $\mathcal{D}_2$.
   c. Déterminer la projection H_3 de A_3 sur la droite $\mathcal{D}_2$.

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 1973

1. S'assurer que les coordonnées de A_2 vérifient l'équation de $\mathcal{D}_2$.
2. Les coordonnées de $\overrightarrow{u_2}$ s'obtiennent directement sur l'équation de $\mathcal{D}_2$.
3. Mettre en forme ce système d'équations paramétriques à l'aide des éléments précédents.
4. S'assurer du caractère sécant des deux droites en regardant la colinéarité de leurs vecteurs normaux ou directeurs.
5. Mettre en oeuvre la résolution d'un système linéaire à l'aide de la méthode de Gauss.
6. a. Pour obtenir $\mathcal{D}_3$, commencer par faire un dessin !
   b. Appliquer la formule de calcul de distance pour A_3.
   c. Se reporter à la méthode 4 du cours GEO2.

EX. 2 | Réf. 2282

Soit $\mathcal{C}$ le cercle de diamètre $A\,(3,0)$ et $B\,(0,4)$.

1. Déterminer le centre Ω et le rayon R de $\mathcal{C}$.
2. Déterminer une équation cartésienne de $\mathcal{C}$.
3. Le point O appartient-il à $\mathcal{C}$? Justifier.
4. On désigne par $\mathcal{T}$ la tangente à $\mathcal{C}$ au point A.
   a. Donner un vecteur normal à $\mathcal{T}$.
   b. Déterminer ensuite une équation cartésienne de $\mathcal{T}$.
5. On admet que la tangente $\mathcal{T}'$ à $\mathcal{C}$ au point O a pour équation $-x-y=0$.
   Les droites $\mathcal{T}$ et $\mathcal{T}'$ sont-elles perpendiculaires ?

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2282

1. Déterminer le centre et de rayon d'un cercle donné par un diamètre.
2. Utiliser la relation donnant une équation cartésienne d'un cercle donné par son centre et son rayon.

3. Vérifier qu'un point appartient à un cercle à l'aide d'une équation cartésienne.
4. a. Identifier un vecteur directeur d'une tangente à un cercle et en déduire un vecteur normal.
   b. Écrire une équation cartésienne d'une droite donnée par un point et un vecteur normal.
5. Montrer que deux droites sont perpendiculaires.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 1934

$ABCD$ est un rectangle avec $AB = 3a$ et $BC = 2a$.
On note I le milieu de $[BC]$, et K le point tel que $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$.
J est le projeté orthogonal du point K sur la droite (AI).

1. Calculer, en fonction de a, les produits scalaires $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AD}\,.\,\overrightarrow{KA}$.
2. En utilisant des relations de Chasles, calculer $\overrightarrow{AK}\,.\,\overrightarrow{AI}$.
3. En exprimant d'une autre façon le produit scalaire $\overrightarrow{AK}\,.\,\overrightarrow{AI}$, en déduire la distance AJ en fonction de a.

EX. 3 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 1934

1. Calculer le produit scalaire demané en projettant un des deux vecteurs sur une droite portant la direction de l'autre.
2. Utiliser la relation de Chasles avec le point D et le point B.
3. C'est encore une histoire de projection puis de théorème de Pythagore.