Éléments de réflexion | Pistes de recherche

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 5378

On se propose dans cet exercice d'établir la convergence et de déterminer la somme de la série $\sum u_n$ où l'on a :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*,\, u_n = \frac{1}{n\sqrt{n+2} + (n+2)\sqrt{n}}$$

1. Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*,\, u_n = \dfrac{1}{2\sqrt{n}} - \dfrac{1}{2\sqrt{n+2}}$.
2. Déduire de ce qui précède la convergence de la série $\sum u_n$ en donner sa somme.

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 5378

1. On pourra penser à utiliser la quantité conjuguée...
2. Il s'agit ainsi d'une série téléscopique...

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2 | Réf. 5377

On se propose dans cet exercice d'établir la convergence et de calculer la somme de la série $\sum \dfrac{n}{2^n}$.

1. Justifier que : $\forall n \in \mathbb{N}^*,\, \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^k} = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{k}{2^k}$

   puis établir que : $\forall n \in \mathbb{N}^*,\, \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{k-1}{2^k} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^k}$.
2. Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*,\, \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^k} + \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2^k}$.
3. En déduire une expression de $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k}$ en fonction de $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2^k}$.
4. Conclure quant à la convergence de la série $\sum \dfrac{n}{2^n}$, puis en donner sa somme.

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 5377

1. On pourra s'intéresser au premier terme de cette somme finie, et ensuite penser à un changement de variables.
2. On utilisera le fait qu'une somme finie d'une somme est une somme de sommes finies...en remarquant au préalable que $k = k - 1 + 1$ par exemple.
3. On utilisera les relations précédente pour isoler la somme voulue en utilisant notamment la relation de Chasles...
4. On dispose du terme général de la suite des sommes partielles de la série considérée...