Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 5336

On considère le sous-ensemble F de $\mathbb{R}^4$ défini par :

$$F = \left\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4,\ x - 2y + z - t = 0\right\}$$

1. Démontrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.
2. Déterminer trois vecteurs u_1, u_2 et u_3 tels que $F = \mathrm{Vect}\ (u_1, u_2, u_3)$.
3. Étudier la liberté de la famille $\mathcal{F} = (u_1, u_2, u_3)$.

EX. 2 | Réf. 5337

Dans tout ce qui suit, m désigne un réel quelconque.
On considère la famille $\mathcal{F}_m$ formée par les 4 vecteurs u_1, u_2, u_3 et u_4 de $\mathbb{R}^3$ donnés ci-dessous :

$$u_1 = (1,1,m) \quad u_2 = (1,1,1+m) \quad u_3 = (m,m,1) \quad u_4 = \left(m+1, m^2-1, m\right)$$

Pour quelle(s) valeur(s) de m la famille $\mathcal{F}_m$ est-elle génératrice de $\mathbb{R}^3$?

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 5338

On considère les deux sous-ensembles F et G de $\mathbb{R}^4$ définis ci-dessous :

$$F = \left\{(x,y,t,z) \in \mathbb{R}^4, x + y + z + t = 0\right\} \quad G = \left\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4,\ x + t = 0\right\}$$

et on désigne alors par H le sous-ensemble de $\mathbb{R}^4$ défini comme étant l'intersection de F et G, ; c'est à dire que $H = F \cap G$.

1. Démontrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.
2. Déterminer trois vecteurs g_1, g_2 et g_3 tels que $G = \mathrm{Vect}\ (g_1, g_2, g_3)$. Qu'en déduire pour G ?
3. Démontrer que H est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.
4. Démontrer que H est un plan vectoriel de $\mathbb{R}^4$.