Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 5323

On considère la fonction f donnée par : $f: \left| \begin{array}{ccc}]1;+\infty[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{5x^2+21x+22}{(x-1)(x+3)^2} \end{array} \right.$

Le but de cet exercice est de déterminer un triplet de réels (a,b,c) tel que :

$$\forall x \in]1;+\infty[\,,\ f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+3} + \frac{c}{(x+3)^2}$$

1. Écrire la somme $\dfrac{a}{x-1} + \dfrac{b}{x+3} + \dfrac{c}{(x+3)^2}$ sous forme d'un seul quotient dont le numérateur est écrit sous la forme d'un polynôme de degré 2.
2. Justifier alors que le triplet de réels cherché est solution du système de représentation matricielle

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 6 & 2 & 1 & 21 \\ 9 & -3 & -1 & 22 \end{array}\right)$$

3. Conclure.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2 | Réf. 5324

Dans tout ce qui suit, m désigne un réel quelconque.
On considère le système à paramètre $(\mathcal{S}_m)$ ci-dessous :

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ x + my + 4z = 6 \\ x + 2y + (m+2)z = 6 \end{cases}$$

1. Déterminer le rang du système $(\mathcal{S}_m)$ en fonction de m.
2. Pour quelle(s) valeur(s) de m ce système est-il compatible ?
3. Dans le cas où le système est compatible, déterminer l'ensemble de ses solutions.

EX. 3 | Réf. 5325

Dans tout cet exercice, m désigne un réel quelconque.
On se propose de déterminer l'ensemble des solutions de l'équation (E_m) d'inconnue le réel x ci-dessous :

$$(E_m) : \quad \frac{2x+m}{x} - \frac{2x}{x+m} = 2$$

1. Quelle(s) valeur(s) de x ne peuvent-elles pas être solution de (E_m) ?
2. Montrer que (E_m) est équivalente à l'équation $-2x^2 + mx + m^2 = 0$.
3. Expliciter alors les solutions de (E_m) en fonction de m.