Éléments de réflexion | Pistes de recherche

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 5323

On considère la fonction f donnée par : $f : \left| \begin{array}{ccc}]1;+\infty[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{5x^2+21x+22}{(x-1)(x+3)^2} \end{array} \right.$

Le but de cet exercice est de déterminer un triplet de réels (a,b,c) tel que :

$$\forall x \in]1;+\infty[\,,\ f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+3} + \frac{c}{(x+3)^2}$$

1. Écrire la somme $\dfrac{a}{x-1} + \dfrac{b}{x+3} + \dfrac{c}{(x+3)^2}$ sous forme d'un seul quotient dont le numérateur est écrit sous la forme d'un polynôme de degré 2.
2. Justifier alors que le triplet de réels cherché est solution du système de représentation matricielle

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 6 & 2 & 1 & 21 \\ 9 & -3 & -1 & 22 \end{array}\right)$$

3. Conclure.

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 5323

1. On procède à une mise au même dénominateur et on réordonne les termes du numérateur selon les puissances de x.
2. On pensera à identifier les deux numérateurs...
3. Il suffit de résoudre le système pour obtenir la forme voulue de $f(x)$.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2 | Réf. 5324

Dans tout ce qui suit, m désigne un réel quelconque.
On considère le système à paramètre $(\mathcal{S}_m)$ ci-dessous :

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ x + my + 4z = 6 \\ x + 2y + (m+2)z = 6 \end{cases}$$

1. Déterminer le rang du système $(\mathcal{S}_m)$ en fonction de m.
2. Pour quelle(s) valeur(s) de m ce système est-il compatible ?
3. Dans le cas où le système est compatible, déterminer l'ensemble de ses solutions.

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 5324

1. On procèdera à un échelonnement en ligne de la représentation matricielle du système pour obtenir les pivots de ce dernier, et ainsi son rang.

2. On poursuivra l'exploitation de l'échelonnement précédent pour exhiber d'éventuelles équations de compatibilité.
3. On procède ensuite à un échelonnement réduit en lignes complet pour déterminer les solutions du système.

EX. 3 | Réf. 5325

Dans tout cet exercice, m désigne un réel quelconque.
On se propose de déterminer l'ensemble des solutions de l'équation (E_m) d'inconnue le réel x ci-dessous :

$$(E_m) : \quad \frac{2x+m}{x} - \frac{2x}{x+m} = 2$$

1. Quelle(s) valeur(s) de x ne peuvent-elles pas être solution de (E_m) ?
2. Montrer que (E_m) est équivalente à l'équation $-2x^2 + mx + m^2 = 0$.
3. Expliciter alors les solutions de (E_m) en fonction de m.

EX. 3 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 5325

1. Il vaudrait mieux que les différents dénominateurs ne soient pas nuls...
2. Une mise au même dénominateur permet d'aboutir à une équation quotient dont on sait gérer la résolution ?
3. Il restera à résoudre l'équation obtenue précdemment et conclure.