## Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

## Un peu de technique

### EX. 1 | Réf. 5309

Pour chacune des questions suivantes, on détaillera l'ensemble des calculs et opérations effectuées.

**1.** À l'aide d'identités remarquables et/ou de factorisation, calculer les nombres suivants :

$$A_1 = \frac{2022}{(-2022)^2 + (-2021) \times (2023)} \qquad A_2 = \frac{2021^2}{2020^2 + 2022^2 - 2}$$

$$A_3 = \frac{1235 \times 2469 - 1234}{1234 \times 2469 + 1235} \qquad A_4 = \frac{4002}{1000 \times 1002 - 999 \times 1001}$$

**2.** Soit $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$. Simplifier autant que possible le quotient $N = \dfrac{\dfrac{6(n+1)}{n(n-1)(2n-2)}}{\dfrac{2n+2}{n^2(n-1)^2}}$.

**3.** Soit $t \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. On désigne par $A$ et $B$ les deux réels définis par :

$$A = \frac{1}{1+t^2} - \frac{1}{(1+t)^2} \text{ et } B = \left(1+t^2\right)(1+t)^2$$

Simplifier le produit $A \times B$ autant que possible.

**4.** Soit $x \in \mathbb{R}^* \setminus \{-1, 1\}$. Donner une expression la plus simple possible du résultat du calcul $\dfrac{x^2}{x^2 - x} + \dfrac{x^3}{x^3 + x^2} - \dfrac{2x^2}{x^3 - x}$.

## Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

### EX. 2 | Réf. 5311

Dans tout cet exercice, $m$ désigne un réel quelconque.

**1.** On désigne par $(E_m)$ l'équation suivante : $\quad (E_m) : (m-4)x^2 - 2(m-2)x + m - 1 = 0$

- **a.** Déterminer, si elles existent, les solutions réelles des équations $(E_3)$ et $(E_4)$.
- **b.** À quelle(s) condition(s) sur $m$ l'équation $(E_m)$ est-elle une équation de degré $1$ en $x$ ? de degré $2$ en $x$ ?
- **c.** Quel est, en fonction de $m$, le nombre de solutions réelles de $(E_m)$ ?
  *On ne demande pas ici de les expliciter.*
- **d.** Expliciter alors en fonction de $m$, les solutions réelles de $(E_m)$.

**2.** On désigne par $(F_m)$ l'équation suivante : $\quad (F_m) : mx^2 + 12x + 9m = 0$.

- **a.** L'équation $(F_0)$ admet-elle des solutions réelles ? Si oui, les expliciter.
- **b.** On suppose désormais pour toute la suite que $m \neq 0$.
  Déterminer en fonction de $m$, le discriminant $\Delta_m$ de l'équation $(F_m)$.
- **c.** Étudier le signe de $\Delta_m$ en fonction de $m$.
- **d.** Déduire de ce qui précède les solutions réelles de $(F_m)$ en fonction de $m$.