Éléments de réflexion | Pistes de recherche

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1| Réf. 5309

Pour chacune des questions suivantes, on détaillera l'ensemble des calculs et opérations effectuées.

1. À l'aide d'identités remarquables et/ou de factorisation, calculer les nombres suivants :

$$A_1 = \frac{2022}{(-2022)^2+(-2021)\times(2023)} \qquad A_2 = \frac{2021^2}{2020^2+2022^2-2}$$

$$A_3 = \frac{1235\times 2469-1234}{1234\times 2469+1235} \qquad A_4 = \frac{4002}{1000\times 1002-999\times 1001}$$

2. Soit $n\in\mathbb{N}^*\setminus\{1\}$. Simplifier autant que possible le quotient $N=\dfrac{\dfrac{6(n+1)}{n(n-1)(2n-2)}}{\dfrac{2n+2}{n^2(n-1)^2}}$.

3. Soit $t\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. On désigne par A et B les deux réels définis par :

$$A=\frac{1}{1+t^2}-\frac{1}{(1+t)^2} \text{ et } B=\left(1+t^2\right)(1+t)^2$$

Simplifier le produit $A\times B$ autant que possible.

4. Soit $x\in\mathbb{R}^*\setminus\{-1,1\}$. Donner une expression la plus simple possible du résultat du calcul $\dfrac{x^2}{x^2-x}+\dfrac{x^3}{x^3+x^2}-\dfrac{2x^2}{x^3-x}$.

EX. 1| Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 5309

1. On pourra remarquer que $2021=2022-1$ ou que $2023=2022+1$, $2=1+1$, etc.

2. Ce sont des histoires de quotients de quotients...

3. On développe le produit $A\times B$ et on simplifie au mieux...

4. On procède à une réduction au même dénominateur...

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2| Réf. 5311

Dans tout cet exercice, m désigne un réel quelconque.

1. On désigne par (E_m) l'équation suivante : $(E_m) : (m-4)x^2-2(m-2)x+m-1=0$

- **a.** Déterminer, si elles existent, les solutions réelles des équations (E_3) et (E_4).
- **b.** À quelle(s) condition(s) sur m l'équation (E_m) est-elle une équation de degré 1 en x ? de degré 2 en x ?
- **c.** Quel est, en fonction de m, le nombre de solutions réelles de (E_m) ?
  On ne demande pas ici de les expliciter.
- **d.** Expliciter alors en fonction de m, les solutions réelles de (E_m).

2. On désigne par (F_m) l'équation suivante : $(F_m) : mx^2+12x+9m=0$.

- **a.** L'équation (F_0) admet-elle des solutions réelles ? Si oui, les expliciter.
- **b.** On suppose désormais pour toute la suite que $m\neq 0$.
  Déterminer en fonction de m, le discriminant Δ_m de l'équation (F_m).

c. Étudier le signe de Δ_m en fonction de m.

d. Déduire de ce qui précède les solutions réelles de (F_m) en fonction de m.

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 5311

1. **a.** On remplace m par 3 et on résout l'équation obtenue, puis on recommence en remplaçant m par 4.

b. Il s'agit de s'assurer qu'il y a un terme en x^2 dans (E_m) ou un terme en x selon le degré de l'équation voulu.

c. Si on a affaire à une équation de degré 2, le nombre de solutions est donné par la nullité et le signe de son discriminant. Dans le cas d'une équation de degré 1...

d. On reprend les discussions de la question précédente de sorte à expliciter les solutions notamment dans le cas d'une équation de degré 2. On évitera d'en oublier...

2. **a.** On remplace m par 0 et on résout l'équation obtenue.

b. Le calcul ne présente par de difficulté particulière.

c. Δ_m est facilement factorisable, ce qui simplifie l'étude de son signe.

d. On exploite l'étude de signe précédente pour expliciter, lorsque c'est possible, les solutions de (F_m), sans oublier de cas...