Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question...**On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Travailler les fondamentaux

EX. 1 | Réf. 4402

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f \text{ est } 2\pi-\text{périodique} \\ \forall x \in \left]-\pi;\pi\right], f(x) = \pi - |x| \end{cases}$

1. Déterminer la série de Fourier de f.
2. La série de Fourier de f converge-t-elle vers f ?

Mobiliser toutes ses connaissances

EX. 2 | Réf. 1494

Soit H la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par :

$$H(x) = \int_x^{+\infty} \frac{\mathrm{e}^{-t}}{1+t}\,\mathrm{d}t$$

1. **a.** Montrer que H est bien définie sur $[0;+\infty[$.

   b. Montrer que la fonction H est dérivable sur $[0;+\infty[$, puis montrer que :

$$\forall x \in [0;+\infty[\,, \quad H'(x) = -\frac{\mathrm{e}^{-x}}{x+1}$$

   Justifier alors que H et de classe $\mathcal{C}^1$sur $[0;+\infty[$.

   On pourra remarquer que : $\forall x \geq 0, \quad H(x) = H(0) - \displaystyle\int_0^x \frac{\mathrm{e}^{-t}}{1+t}\,\mathrm{d}t.$

2. Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} xH(x) = 0$.
3. On pose $I = \displaystyle\int_0^{+\infty} H(x)\,\mathrm{d}x$.

   a. Montrer que I converge.

   b. Déterminer sa valeur en fonction de $H(0)$.