Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2203

On se propose dans cet exercice d'équilibrer la réaction chimique :

$$(\star)\quad \mathrm{K_4Fe\,(CN)_6 + KMnO_4 + H_2SO_4} \quad\longrightarrow\quad \mathrm{KHSO_4 + Fe_2\,(SO_4)_3 + MnSO_4 + HNO_3 + CO_2 + H_2O}$$

En d'autres termes, on cherche des nombres entiers a, b, c, d, e, f, g, h et i tels que :

$$(\star)\quad a\mathrm{K_4Fe\,(CN)_6} + b\mathrm{KMnO_4} + c\mathrm{H_2SO_4} \quad\longrightarrow\quad d\mathrm{KHSO_4} + e\mathrm{Fe_2\,(SO_4)_3} + f\mathrm{MnSO_4} + g\mathrm{HNO_3} + h\mathrm{CO_2} + i\mathrm{H_2O}$$

1. En effectuant le bilan des atomes de fer Fe, écrire une relation entre a et e.
2. De même, en effectuant le bilan des atomes d'azote N et de carbone C, écrire des relations entre g, h, a et e.
3. Trouver enfin une relation entre f et b à l'aide du bilan portant sur les atomes de manganèse Mn.
4. En effectuant le bilan des atomes de potassium K, d'oxygène O, d'hydrogène H et de soufre S, écrire un système $\mathcal{S}$ d'inconnues b, c, d, e et i.
5. Résoudre le système $\mathcal{S}$.
6. Equilibrer alors la réaction $(\star)$.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2 | Réf. 2330

L'espace est rapporte à un repère orthonormé direct $\left(O\,;\ \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$.
On note :

- $\mathcal{D}'$ la droite passant par O et dirigée par $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}$;
- $\mathcal{D}$ la droite d'équations $\left\{\begin{array}{l} y = z \\ x = 1 \end{array}\right.$;
- $\mathcal{Q}$ le plan d'équation $y + z = 0$;
- pour tout réel m, $\mathcal{P}_m$ est le plan d'équation $x + my - mz = 1$.

1. Donner un vecteur normal $\overrightarrow{n_m}$ de $\mathcal{P}_m$ ainsi qu'un point et un vecteur directeur de $\mathcal{D}$.
   Vérifier que tous les plans $\mathcal{P}_m$ contiennent la droite $\mathcal{D}$.
2. Calculer $\overrightarrow{r_m} = \overrightarrow{n_m} \wedge \overrightarrow{a}$.
   En déduire que $\mathcal{D}'$ n'est pas orthogonale à $\mathcal{P}_m$.
   On appelle alors $\mathcal{R}_m$ l'unique plan contenant $\mathcal{D}'$ et perpendiculaire à $\mathcal{P}_m$. Obtenir une équation cartésienne de $\mathcal{R}_m$.
3. Déterminer, pour tout réel m, les coordonnées dans $\mathcal{R}$ de I_m, point d'intersection des plans $\mathcal{P}_m$, $\mathcal{Q}$ et $\mathcal{R}_m$.
4. On note $(\mathcal{S})$ l'ensemble des points $M\,(x, y, z)$ tels que $x^2 + y^2 + z^2 = x$ et Ω le point de coordonnées $\left(\dfrac{1}{2}, 0, 0\right)$.
   Préciser la nature géométrique de $(\mathcal{S})$, ainsi que les éléments géométriques qui le caractérisent.
5. Vérifier que I_m appartient à $(\mathcal{S})$, puis que I_m appartient à un cercle dont on donnera le centre et le rayon.