Éléments de correction

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2336

1. Calculer à l'aide de deux intégrations par parties successives $I = \int_0^1 \left(x^2+x+1\right) \mathrm{e}^{x} \,\mathrm{d}x$.

2. On se propose de calculer $J = \int_1^2 \frac{1}{x}\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\,\mathrm{d}x$.

a. Pour $u \in \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$, écrire sous forme d'un seul quotient l'expression :

$$\frac{1}{1+u} + \frac{1}{1-u} - \frac{2}{1+u^2}.$$

b. Effectuer le changement de variable $u = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ dans l'intégrale J, puis la calculer.

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2336

1. Effectuer une intégration par parties pour calculer une intégrale du type $\int P(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$ où P est un polynôme, par intégrations par parties successives permettant d'abaisser le degré du polynôme.

2. **a.** On réduit au même dénominateur et on identifie...

b. Effectuer un changement de variables en s'y prenant pas à pas.

EX. 2 | Réf. 2165

Calculer la valeur efficace d'une tension sinusoïdale $u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$ définie par $u_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\,\mathrm{d}t$.

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2165

- Il faut utiliser les formules de trigonométrie pour se débarasser du carré sur le sinus.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 2197

On désigne par P le polynôme de $\mathbb{R}[X]$ défini par :

$$P = 4X^7 - 16X^6 + 9X^5 + 15X^4 + 15X^3 - 18X^2 - 28X - 8$$

1. Soit Q le polynôme donné par $Q = X^2 + X + 1$.

a. Effectuer la division euclidienne de P par Q.

b. Qu'en conclure ?

2. Vérifier que 2 est racine de P, puis en déterminer son ordre de multiplicité.

3. Terminer la factorisation de P dans $\mathbb{R}[X]$.

EX. 3 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2197

1. **a.** Effectuer ce qui est demander... sans se tromper !

   b. Comment interprète-t-on le reste d'une division euclidienne ?
2. Utiliser peut-être le théorème liant dérivée et ordre de multiplicité d'une racine pour aller plus vite.
3. Aller jusqu'au bout de la factorisation en n'oubliant pas de factoriser si possible les éventuels polynômes de degré 2 qui apparaissent.