Éléments de correction

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2078

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E) linéaire d'ordre 2 à coefficients constants suivante :

$$(E): \qquad y'' + 4y' + 4y = \mathrm{e}^{-x} + \cos(2x)$$

puis déterminer la solution f de (E) sur $\mathbb{R}$ qui vérifie $\left\{\begin{array}{c} f(0) = -1 \\ \text{et} \\ f'(0) = 2 \end{array}\right.$.

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2078

- On met en oeuvre le plan de de résolution d'une équation différentielle linéaire d'ordre 2.
- Un petit principe de superposition des solutions pour la recherche d'une solution particulière s'impose. . .

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2 | Réf. 2324

On définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par : $\quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\binom{n}{k}}$.

1. Montrer que pour tout $n \geq 4$, on a : $\quad u_n = 2 + \dfrac{2}{n} + \displaystyle\sum_{k=2}^{n-2} \frac{1}{\binom{n}{k}}$

2. Soit $n \geq 4$. Montrer que pour tout $k \in [\![2; n-2]\!]$, $\quad \dbinom{n}{k} \geq \dfrac{n(n-1)}{2}$.

3. En déduire un encadrement de u_n et montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 2.

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2324

1. Il suffit d'isoler les termes de la somme pour $k = 0,\ 1,\ n-1$ et n.

2. On explicite $\dbinom{n}{k}$ que l'on « scinde » en un produit de fractions, puis on majore chaque facteur en remarquant que tous les dénominateurs obtenus sont plus grand que 1.

3. Il suffit de compter le nombre de termes de la somme $\displaystyle\sum_{k=2}^{n-2} \frac{1}{\binom{n}{k}}$ et d'utiliser la majoration précédente, et le théorème d'encadrement permet de conclure.