Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question. . . **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2262

Dans cet exercice, le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j}\right)$.

Les deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ sont clairement non colinéaires et forment donc un base $\mathcal{B}$ de vecteurs du plan.

Déterminer alors les coordonnées, dans cette base $\mathcal{B}$ du vecteur $\vec{w}$ dont les coordonnées dans la base $\left(\vec{i}, \vec{j}\right)$ sont $\vec{w}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$.

EX. 2 | Réf. 2263

Dans cet exercice, le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j}\right)$.

Dans chacun des cas suivants, calculer **dans cet ordre** : $\vec{u}\,.\,\vec{v}$, $\left\|\vec{u}\right\|$ et $\left\|\vec{v}\right\|$, puis $\cos\left(\vec{u}, \vec{v}\right)$:

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$;
2. $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$;
3. $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$;

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 2264

Dans la figure ci-après, ABC est un triangle isocèle de sommet A et $ABIJ$ est un parallélogramme.
On pose $BC = a$. Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{BC}\,.\,\vec{v}$ en fonction de a dans chacun des cas suivants :

1. $\vec{v} = \overrightarrow{BA}$;
2. $\vec{v} = \overrightarrow{JC}$;
3. $\vec{v} = \overrightarrow{AI}$;
4. $\vec{v} = \overrightarrow{CI}$;
5. $\vec{v} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{OJ}$;
6. $\vec{v} = 2\overrightarrow{OI}$;
7. $\vec{v} = \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{AJ}$;
8. $\vec{v} = \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{OJ}$;

EX. 4 | Réf. 2265

Le triangle ABC est tel que $AB = 2$, $AC = 3$ et $BC = 4$.

1. En écrivant $BC^2 = \left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right)^2$ et en développant cette expression, calculer $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC}$.

2. S'inspirer de la question précédente pour calculer $\overrightarrow{BC}\,.\,\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CA}\,.\,\overrightarrow{CB}$.