Éléments de correction

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2435

1. Simplifier : $A = \dfrac{10^3 + 10^5 + 10^7}{10^4 + 10^6 + 10^8}$.
2. Soit $n \in \mathbb{N}$. Simplifier $B = \left(\dfrac{2}{3}\right)^n \times (1,5)^{n-2} \times 9$.
3. Soit $n \in \mathbb{N}$. Simplifier : $C = (-1)^{2n+2} - (-1)^{2n+3} + (-1)^{2n-1}$.
4. Soit $n \in \mathbb{N}$. Simplifier : $D = 2^{n+2} - 3 \times 2^n - 8 \times 2^{2n-2} + \dfrac{1}{2} \times 2^{n+1}$.

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2435

1. Essayer de factoriser par la plus petite puissance de 10 au numérateur et au dénominateur puis de simplifier.
2. Remarquer par exemple que $1,5 = \dfrac{3}{2}$ et utiliser les règles opératoires sur les puissances de quotients pour simplifier l'expression obtenue.
3. Essayer de factoriser par la plus petite puissance de (-1) et simplifier l'expression obtenue.
4. Essayer de factoriser par la plus petite puissance de 2 et simplifier l'expression obtenue.

EX. 2 | Réf. 2436

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\mathcal{R} = \left(O\,;\ \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ et on note $\mathcal{B} = \left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ la base de vecteurs du plan associée à $\mathcal{R}$.

1. Soient $\Omega\,(1,1)_{\mathcal{R}}$ un point du plan, $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$ deux vecteurs du plan.
   Justifier que $\mathcal{R}' = \left(\Omega\,;\ \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$ est un repère cartésien du plan.
2. Soit $K\,(-4,-2)_{\mathcal{R}}$.
   Déterminer les coordonnées du point K dans $\mathcal{R}'$.
3. Quelles sont les coordonnées dans $\mathcal{R}$ du point $P\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)_{\mathcal{R}'}$?

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2436

1. Il suffit de s'assurer que les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne sont pas colinéaires.
2. Se reporter aux applications n° 2 et 4 du cours GEO1.
3. On peut réutiliser les relations établies à la question précédente pour obtenir les coordonnées d'un point de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 2437

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\mathcal{R} = \left(O \,;\, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ dont on note $\mathcal{B} = \left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ la base de vecteurs du plan associée. Les coordonnées des points et des vecteurs de cet exercice sont données dans $\mathcal{R}$ et $\mathcal{B}$ respectivement.

1. Soit $\overrightarrow{d}\begin{pmatrix} 8 \\ k-1 \end{pmatrix}$ où $k \in \mathbb{R}$. Déterminer la valeur du réel k sachant que $\left\|\overrightarrow{d}\right\| = 10$.

2. On donne $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$. Déterminer $m \in \mathbb{R}$ tel que $\left\|\overrightarrow{u} + m\overrightarrow{v}\right\| = \sqrt{82}$.

3. Déterminer $y \in \mathbb{R}$ pour que le point $P\,(2, -1)$ appartienne à la médiatrice du segment $[AB]$ où $A\,(5, 3)$ et $B\,(-2, y)$.

EX. 3 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2437

1. Exploiter la formule donnant le carré de la norme d'un vecteur dont les coordonnées sont données dans un repère orthonormé pour écrire une équation d'inconnue le réel k et la résoudre.

2. Commencer par déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u} + m\overrightarrow{v}$, puis d'utiliser la formule donnant le carré de la norme d'un vecteur dont les coordonnées sont données dans un repère orthonormé pour écrire une équation d'inconnue le réel m et la résoudre.

3. Utiliser la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment qui est d'être l'ensemble des points équidistants des extrémités du segment.