Éléments de correction

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 4355

Déterminer le rayon de convergence de la série entière de la variable réelle $\sum \dfrac{n+2}{n\left(n^2-1\right)}x^n$, puis en exprimer sa somme sur son intervalle ouvert de convergence à l'aide des fonctions usuelles.

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 4355

- On pourra utiliser le critère de d'Alembert pour les séries numériques à termes strictement positifs pour déterminer le rayon de convergence de la série entière.
- Pour le calcul de la somme, on pourra remarquer et montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}\setminus\{0,1\}\,,\quad \dfrac{n+2}{n\left(n^2-1\right)} = \dfrac{1}{2(n+1)} - \dfrac{2}{n} + \dfrac{3}{2(n-1)}$

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2 | Réf. 4432

1. Déterminer le rayon de convergence R de la série entière $\sum \dfrac{n!}{1\times 3\times \ldots \times (2n+1)}x^{2n+1}$.
2. En notant R le rayon de convergence de cette série et S sa somme sur $]-R;R[$, montrer que S est solution de l'équation différentielle (E) suivante :

$$(\star):\quad \left(x^2-2\right)y' + xy + 2 = 0$$

3. Résoudre cette équation différentielle et en déduire l'expression de S sur $]-R;R[$.

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 4432