Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 3073

L'espace $\mathcal{E}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $\mathcal{R} = \left(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ et les coordonnées des points et vecteurs seront données dans ce dernier.

1. On considère les trois vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\-1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}3\\3\\1\end{pmatrix}$.

- **a.** Montrer que la famille $\mathcal{B} = \left(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right)$ est une base de vecteurs de l'espace.
- **b.** Déterminer trois réels α, β, γ tels que $\vec{t} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w}$ où $\vec{t}\begin{pmatrix}5\\-3\\3\end{pmatrix}$.

2.
- **a.** Soit $\mathcal{P}$ le plan passant par $A(1,1,1)$ et dirigé par les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
  Montrer qu'une équation cartésienne de $\mathcal{P}$ est : $x - y + z - 1 = 0$
- **b.** Calculer la distance du point $B(1,3,-1)$ au plan $\mathcal{P}$.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2 | Réf. 2076

On se propose dans cet exercice de calculer la somme $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \ln\left(1 + \frac{2}{k(k+3)}\right)$, où $n \in \mathbb{N}^*$.

1. Vérifier par le calcul que, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, $\quad 1 + \dfrac{2}{k(k+3)} = \dfrac{k^2+3k+2}{k(k+3)}$.

2. Factoriser le polynôme $k^2 + 3k + 2$.

3. Exprimer sous forme d'une somme $\ln\left(1 + \dfrac{2}{k(k+3)}\right)$ pour tout $k \in \mathbb{N}^*$.
On pourra utiliser la factorisation du polynôme $k^2 + 3k + 2$.

4. Calculer alors $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \ln\left(1 + \frac{2}{k(k+3)}\right)$.
On pourra faire apparaître un téléscopage de termes.