

## Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution.**

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

## Un peu de technique

## EX. 1 | Réf. 2131

Mettre sous forme échelonné réduite les deux systèmes suivants, puis en donner les solutions.

$$S_1 : \begin{cases} 2x + y + 2z = 1 \\ x - y - 2z = 2 \\ 4x - y - z = 3 \end{cases} \quad \text{et} \quad S_2 : \begin{cases} x + 2y + 3z - 2t = 6 \\ 2x - 3y + 2z + t = -8 \\ 2x - y - 2z - 3t = 8 \\ 3x + 2y - z + 2t = 4 \end{cases}$$

On pourra travailler avec leur écriture matricielle.

## EX. 2 | Réf. 2146

Soit  $(\Delta)$  la droite passant par  $A(1, 0, 1)$  et dirigée par  $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ . On note  $B$  le point de coordonnées  $(2, -1, 2)$ .

- Déterminer une équation cartésienne du plan  $(\mathcal{P})$  perpendiculaire à  $(\Delta)$  et passant par  $B$ .
- En déduire le projeté orthogonal, noté  $H$ , du point  $B$  sur  $(\Delta)$ .
- Déterminer une équation cartésienne du plan  $(\mathcal{Q})$  passant par  $A$ ,  $B$  et  $H$ .
- Les droites  $(\Delta)$  et  $(\mathcal{D}) : \begin{cases} x - 2z + 4 = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$  sont-elles coplanaires ?

## Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

## EX. 3 | Réf. 2380

- Montrer que l'ensemble  $\mathcal{S}$  des points  $M(x, y, z)$  tels que :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 1 = 0$$

est une sphère de l'espace dont on déterminera le centre  $\Omega$  et le rayon  $R$ .

- Montrer que le point  $A(2, 2, -1)$  appartient à  $\mathcal{S}$  et déterminer une équation cartésienne du plan  $\mathcal{P}_1$  tangent à  $\mathcal{S}$  au point  $A$ .
- Montrer que le plan  $\mathcal{P}_2$  d'équation  $x + y - z - 1 = 0$  coupe  $\mathcal{S}$ .
  - Déterminer le rayon  $r$  du cercle  $\mathcal{C}$  d'intersection de  $\mathcal{P}_2$  avec  $\mathcal{S}$ .
  - Déterminer les coordonnées du point  $\Omega'$ , centre de  $\mathcal{C}$ .