

**Important**

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution.**

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique**Exercice|[2444]| 1| Opérations sur les quotients**

Mettre sous forme d'un seul quotient chacune des expressions suivantes :

(1). Pour tout $n \in \mathbb{N} \setminus \{-1, 0, 1\}$, $A(n) = \frac{1}{2(n-1)} - \frac{1}{n} + \frac{1}{2(n+1)}$

(2). Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$, $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{(x-1)^3} + \frac{1}{(x-1)^4}$

(3). Pour tout $t \in \mathbb{R}$, $q(t) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + t^2}}}}$

Exercice|[2441]| 2| Polynôme de degré 2

La fonction $f : x \mapsto (1 + \sqrt{1+x^2})^3 + (1 - \sqrt{1+x^2})^3$ est-elle une fonction polynôme de degré 2 ? Si oui, justifier.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances**Exercice|[4997]| 3| Résolution d'une équation de degré 4**

On veut résoudre l'équation : $(E) : 2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2 = 0$

(1). 0 est-il solution de (E) ?

(2). Établir alors que l'équation (E) est équivalente à l'équation (E_1) où :

$$(E_1) : 2 \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) - 9 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 14 = 0$$

(3). On pose $u = x + \frac{1}{x}$

(a). Établir que l'équation (E_1) est équivalente à $\begin{cases} u = x + \frac{1}{x} \\ 2u^2 - 9u + 10 = 0 \end{cases}$.

(b). Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2u^2 - 9u + 10 = 0$.

(c). En déduire les solutions de (E) .