

Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution.**

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 4242

Résoudre sur $] -1; 1[$ l'équation différentielle (\star) d'inconnue la fonction $y : t \mapsto y(t)$:

$$(\star) \quad (1 - t^2) y'' - ty' + y = 0$$

en effectuant le changement de variable $t = \cos(x)$.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2 | Réf. 1493

Soit n un entier naturel, on note f_n la fonction définie sur \mathbb{R}_+^* par : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$, $f_n(x) = \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^n}$

On considère l'intégrale $I_n = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^n} dx$.

1. Montrer que la fonction f_n est prolongeable par continuité en 0.
2. Montrer que $\frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^n} \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{1}{x^n}$.
3. Étudier la convergence de I_n . Pour quelle(s) valeur(s) de n l'intégrale I_n converge-t-elle ?
4. À l'aide du changement de variable $x = \frac{1}{t}$, déterminer la valeur de I_n lorsque cette dernière converge.