

Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution.**

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2133

Pour les deux systèmes suivants :

- Déterminer le rang du système ;
- Déterminer la matrice échelonnée réduite du système ;
- Le résoudre.

$$S_1 : \begin{cases} 2x - y - 2z = -2 \\ -x + 3y - 2z = 7 \\ 5x - 5y + 6z = -11 \end{cases} \quad \text{et} \quad S_2 : \begin{cases} -2t + x - 2y + 3z = -12 \\ -t + x - y + z = -5 \\ 2t + 2x + 3y - z = 15 \\ -2t + 4x + y + z = -1 \end{cases}$$

EX. 2 | Réf. 2096

On considère les quatre complexes z_1, z_2, z_3 et z_4 suivants :

$$z_1 = -3 + 3i, \quad z_2 = 2\sqrt{3} + 6i, \quad z_3 = 2 + 2i\sqrt{3} \quad \text{et} \quad z_4 = 2 - 2i\sqrt{3}$$

1. Pour chacun des complexes z_1, z_2, z_3 et z_4 , déterminer le module et un argument.
2. Écrire alors la forme trigonométrique de ces quatre complexes.
3. On pose :

$$z_5 = z_1 \times z_2, \quad z_6 = \frac{z_4}{z_1}, \quad z_7 = \frac{z_2}{z_4} \quad \text{et} \quad z_8 = (z_3)^6$$

- a. Pour chacun des complexes z_5, z_6, z_7 et z_8 , déterminer le module et un argument.
- b. Écrire alors la forme trigonométrique de ces quatre complexes.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 2079

À l'aide de la formule du binôme, calculer :

$$A = (1 + i)^8$$

$$B = (1 - i)^7$$

$$C = (2 - 3i)^5$$

$$D = (5 + 4i)^6$$

On exprimera les résultats sous forme algébrique, c'est à dire sous la forme $a + ib$ avec $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.

Déduire des calculs précédents :

$$\sum_{k=0}^7 (1 + i)^k$$

$$\sum_{k=0}^6 (1 - i)^k$$

$$\sum_{k=0}^4 (2 - 3i)^k$$

$$\sum_{k=0}^5 (5 + 4i)^k$$