Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2305

Résoudre sur $]0;+\infty[$ l'équation différentielle linéaire d'ordre 1 mise sous forme résolue suivante :

$$(E): \quad y' + \frac{1}{x}y = \frac{1}{x^2}$$

où y désigne une fonction de la variable réelle x dérivable sur $]0;+\infty[$ et dont la dérivée y' est continue sur $]0;+\infty[$.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2 | Réf. 1979

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3\sin^2(x)\cos(x)$.

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, calculer $f(\pi - x)$. Que constate-t-on ? Que dire alors du point $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ pour $\mathcal{C}_f$?
2. Montrer que l'on peut réduire l'étude de f à l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
3. Établir que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 3\sin(x)g(x)$ où $g(x) = 3\cos^2(x) - 1$.
4. Étudier le signe de g sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, et montrer qu'il existe $x_0 \in \left]\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right[$ tel que $g(x_0) = 0$.
5. Dresser le tableau de variation de f.
6. Tracer la courbe représentative de f sur $[-\pi;\pi]$.