Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2304

Résoudre à l'aide de sa représentation matricielle, le système : $\mathcal{S} : \begin{cases} x-2y+3z-2t=-12 \\ x-y+z-t=-5 \\ 2x+3y-z+2t=15 \\ 4x+y+z-2t=-1 \end{cases}$

EX. 2 | Réf. 2076

On se propose dans cet exercice de calculer la somme $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \ln\left(1+\frac{2}{k(k+3)}\right)$, où $n \in \mathbb{N}^*$.

1. Vérifier par le calcul que, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, $\quad 1+\dfrac{2}{k(k+3)} = \dfrac{k^2+3k+2}{k(k+3)}$.

2. Factoriser le polynôme k^2+3k+2.

3. Exprimer sous forme d'une somme $\ln\left(1+\dfrac{2}{k(k+3)}\right)$ pour tout $k \in \mathbb{N}^*$.
On pourra utiliser la factorisation du polynôme k^2+3k+2.

4. Calculer alors $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \ln\left(1+\frac{2}{k(k+3)}\right)$.
On pourra faire apparaître un téléscopage de termes.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 2303

On se propose dans cet exercice de donner une autre expression de $f(x) = \arctan\left(\sqrt{\dfrac{1-\sin(x)}{1+\sin(x)}}\right)$ où $x \in \left]-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{3\pi}{2}\right[$.

1. Montrer que : $\quad \forall x \in \left]-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{3\pi}{2}\right[, \quad \dfrac{1-\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{1+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)} = \tan^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{2}\right)$

2. En déduire une expression de $f(x)$ en fonction seulement de $\tan$ et $\arctan$.

3. Justifier alors que : $\quad f(x) = \begin{cases} \dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{2} \text{ si } x \in \left]-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right] \\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{4} \text{ si } x \in \left]\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{3\pi}{2}\right[\end{cases}$