Éléments de correction

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2036

Soient k, p et n trois entiers vérifiant $0 \leq k \leq p \leq n$.

1. Montrer que $\binom{n}{k}\binom{n-k}{p-k} = \binom{p}{k}\binom{n}{p}$.
2. En déduire une expression simplifiée de $S = \sum_{k=0}^{p} \binom{n}{k}\binom{n-k}{p-k}$.

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2036

1. Revenir à l'écriture des coefficients binomiaux à l'aide de factorielles et procéder à quelques simplifications et transformations d'écritures.
2. Utiliser la question précédente pour pouvoir mettre un coefficient binomial en facteur dans cette somme (il ne devra donc pas dépendre de l'indice de sommation) puis reconnaître une somme bien connue !

EX. 2 | Réf. 2022

Soit $f : x \longmapsto \arctan\left(\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\right)$.

1. Donner le domaine de définition de f.
2. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]-1;1[$.
3. Donner alors une autre expression pour $f(x)$ sur $[-1;1]$.

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2022

1. L'étude du signe de $\frac{1-x}{1+x}$ paraît plus que nécessaire...après est-ce suffisant ?
2. On utilise la formule de la dérivée d'une composée de la forme $f \circ u$. Il est conseillé de détailler ses calculs et de les organiser ensuite.
3. Si tout va bien, l'expression obtenue pour $f'(x)$ permet de reconnaître la dérivée d'une fonction bien connue. Reste à ajuster une éventuelle constante...

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 2070

On considère l'équation différentielle (E) : $\quad xy' + y = \frac{1}{1+x^2}$.

1. Mettre sous forme résolue puis résoudre l'équation différentielle (E) sur l'intervalle $I =]0;+\infty[$.
2. Déterminer ensuite la solution f de (E) sur I telle que $f(1) = \frac{\pi}{2}$.

EX. 3 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2070

1. Diviser (en prenant des précautions...) l'équation (E) par x pour obtenir la forme résolue, puis dérouler le plan de résolution d'une équation différentielle.
2. On ajuste la constante présente dans la forme générale des solutions de (E) à l'aide de la condition initiale donnée sur f.