Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 4702

Diagonaliser la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ dans $\mathbb{R}$.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 2 | Réf. 4109

Soit $\varphi \in \mathcal{L}\left(\mathbb{R}^3\right)$ dont la matrice dans la base canonique $\mathcal{B}$ de $\mathbb{R}^3$ est donnée par : $A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer le polynôme caractéristique de la matrice A_φ.

2. Quelles sont les valeurs propres de la matrice A_φ ? Quelle est la dimension de chaque sous-espace propres ? À quelle matrice diagonale D_φ la matrice A_φ est-elle semblable ?

3. Déterminer une base $\left(\overrightarrow{c_1}, \overrightarrow{c_2}, \overrightarrow{c_3}\right)$ de vecteurs propres de φ.

4. On pose $D_1 = \mathrm{Vect}\left(\overrightarrow{c_1}\right)$. Justifier que D_1 est stable par φ.

5. On pose $P_1 = \mathrm{Vect}\left(\overrightarrow{c_2}, \overrightarrow{c_3}\right)$. Montrer que P_1 est stable par φ.