Éléments de correction

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2005

1. On considère l'équation (E) dans $\mathbb{R}$: $\sqrt{-x^2+2x+9} = 1+x$.
   - **a.** Pour quelles valeurs de x l'expression $\sqrt{-x^2+2x+9}$ est-elle définie ?
   - **b.** Existe-t-il des solutions à l'équation si $1+x$ est strictement négatif ? Justifier votre réponse.
2. - **a.** On suppose à présent que $x \geq -1$. Trouver une équation du second degré équivalente à (E), puis la résoudre.
   - **b.** Conclure en donnant l'ensemble des solutions de l'équation (E).

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2005

1. - **a.** L'expression sous un radical se doit d'être positive ou nulle...
   - **b.** Le résultat d'une racine carrée se doit d'être positif ou nul et donc...
2. - **a.** Élever au carré les deux membres de l'équation et transformer l'équation ainsi obtenue en une équation de degré 2.
   - **b.** Terminer la résolution en tenant compte de l'ensemble dans lequel l'inconnue x doit être de sorte que cette équation ait du sens.

EX. 2 | Réf. 2302

Soit $f : \left| \begin{array}{lll} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \arccos\left(\dfrac{1-x^2}{1+x^2}\right) \end{array} \right.$. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \neq 0$.

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2302

- Commencer par voir qu'il s'agit d'une dérivée d'une fonction du type $f \circ u$.
- Dès lors que u est identifiée, calculer u' et appliquer la formule de la dérivée d'une composée.
- Simplifier au mieux l'expression.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 1930

On a voulu tester l'isolation thermique d'une pièce d'un appartement et on a opéré de la façon suivante :

On a chauffé la pièce jusqu'à ce que la température soit stabilisée à 19°C. On a alors totalement coupé le chauffage à l'instant $t = 0$. On a observé l'évolution de la température dans la pièce et on a noté qu'à chaque intervalle d'une demi-heure, correspondait une baisse de la température de $\dfrac{1}{10}$ de sa valeur.

Dans tout le problème, le temps t est exprimé en heures.
On admet que la température, exprimée en degré Celsius, dans la pièce au bout du temps t, est donnée par la fonction θ dont l'expression est :

$$\theta(t) = \theta(0) \times \mathrm{e}^{kt\ln(0{,}9)} \qquad (\star)$$

où k est une constante réelle, et $\theta(0)$ est la température à l'instant $t = 0$.

1. À quoi correspond la valeur $\theta(0,5)$? Puis justifier que $\theta(0,5) = \dfrac{9}{10}\theta(0)$.
2. À l'aide de la relation $(\star)$, déterminer alors la valeur de k, et écrire explicitement l'expression de $\theta(t)$ en fonction de t.
3. Donner l'expression de la dérivée $\theta'(t)$ de θ sur l'intevalle $[0;+\infty[$, et en déduire le tableau de variation de la fonction θ sur l'intervalle $[0;6]$.
4. Dans une autre pièce, au cours d'une expérience analogue, la courbe représentant la variation de température en fonction du temps t avait pour équation $\theta(t) = 20\mathrm{e}^{2t\ln(0,8)}$.
   Quel avait été, dans cette pièce, le temps nécessaire pour que l'on y observe un abaissement de la température de 20°C à 6°C ?

EX. 3 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 1930

1. Que signifie le 0,5 en terme de durée et faire le lien avec les données au temps 0.
2. À l'aide de la relation écrite à la question précédente, il suffit d'écrire une équation d'inconnue k en remplaçant t par $0,5$ dans $(\star)$.
3. RAS
4. Traduire sous forme d'une équation/inéquation la question en s'aidant des résultats précédents que l'on transporera dans ce cas pour justifier notre démarche.