Éléments de correction

Les indications qui suivent ne sont là que pour vous aider à démarrer la résolution des situations proposées. Elles sont énoncées en s'appuyant sur les éléments développés en cours. D'autres solutions ou pistes de résolution sont bien évidemment possibles et vous êtes vivement encouragés à les mener jusqu'au bout. Si certains points du devoir restent délicats à mettre en oeuvre, n'hésitez pas à me solliciter, ou même à en discuter avec vos camarades, de tels échanges étant très souvent bénéfiques!

Il est peu pertinent et presque inutile de s'approprier sans réflexion le travail d'un autre puisque de toute façon, la sanction tombera d'elle même lors des évaluations en classe en temps limité.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 2301

Donner l'écriture matricielle du système suivant, puis le résoudre :

$$\mathcal{S} : \begin{cases} -2x+3y+t=14 \\ -x+2y-2z-2t=10 \\ 2x+3y-z+t=8 \\ -2x+y+z+t=6 \end{cases}$$

EX. 1 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2301

- Obtenir la représentation matricielle du système...
- et y faire opérer l'algorithme de Gauss.

EX. 2 | Réf. 2302

Soit $f : \begin{array}{|lcl} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \arccos\left(\dfrac{1-x^2}{1+x^2}\right) \end{array}$. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \neq 0$.

EX. 2 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2302

- Commencer par voir qu'il s'agit d'une dérivée d'une fonction du type $f \circ u$.
- Dès lors que u est identifiée, calculer u' et appliquer la formule de la dérivée d'une composée.
- Simplifier au mieux l'expression.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 2300

Soit $f : x \longmapsto \dfrac{\ln(x^2)+1}{\ln(x^2)-1}$.

1. Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de f.
2. Étudier la parité de f. Qu'en déduire éventuellement pour $\mathcal{C}_f$ et sur quel ensemble étudier alors f ?
3. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Interpréter graphiquement ces dernières.
4. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{e}, 0, \sqrt{e}\}$, $\quad f'(x) = -\dfrac{4}{x\left(\ln(x^2)-1\right)^2}$.
5. Étudier alors le signe de $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0, \sqrt{e}\}$, puis construire le tableau de variation de f.
6. En posant $f(0)=1$, déterminer $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}$ et interpréter graphiquement ce résultat.
7. Résoudre l'équation $f(x)=0$. Comment interpréter graphiquement les solutions de cette équation ?
8. Donner l'équation réduite des tangentes à $\mathcal{C}_f$ au(x) point(s) où cette dernière coupe l'axe des abscisses.
9. Donner une ébauche de $\mathcal{C}_f$ dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\vec{j}\right)$ du plan dont on choisira au préalablement l'unité graphique.
   On fera figurer tous les éléments mis en évidence dans les questions précédentes.

EX. 3 | Éléments de réflexion | Pistes de recherche | Réf. 2300

1. Analyser l'expression en remarquant (au moins …) le problème de $\ln\left(x^2\right)$ et de l'écriture fractionnaire de $f(x)$.
2. Calculer $f(-x)$ et comparer avec $f(x)$ et interpréter graphiquement et réduire le domaine d'étude en conséquence.
3. Vu que vous avez trouvé $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}\setminus\{\sqrt{\mathrm{e}}, 0, -\sqrt{\mathrm{e}}\}$ et que $\mathcal{C}_f$ présente une symétrie (laquelle...) il suffit de calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to\sqrt{\mathrm{e}}} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ en gérant toutes les indéterminées qui apparaissent et justifier pourquoi vous faites cela !
4. On calcule $f'(x)$ et on simplifie l'expression de sorte à obtenir celle qui est proposée.
5. L'étude du signe de $f'(x)$ ne devrait pas vous poser problème !
6. Il s'agit du taux d'accroissement de f en 0…dont il faut interpréter la limite en 0^+.
7. Une fois que l'on a résolu $f(x) = 0$, on a les deux points en lesquels on cherche une équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_f$.
8. Il faut commencer par chercher les points où $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses…et dont on a déjà trouvé les solutions à la question précédente.
9. On trace tout ça !