

Manipuler les écritures fractionnaires

Version du 29-06-2022 à 10:03

Contexte



Le document présent récapitule et illustre la plupart des règles opératoires manipulées depuis le début de votre scolarité, et vous propose ensuite toute une série d'exercices les manipulant dans des situations des plus en plus complexes.

1. Simplification d'écritures fractionnaires

Théorème 1 – Égalité d'écritures fractionnaires

Multiplication simultanée

Pour tous réels a , $b \neq 0$ et $k \neq 0$, on a :

$$\frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{2 \times 12}{3 \times 12} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{125}{60} = \frac{5 \times 25}{5 \times 12} = \frac{25}{12}$$

Application | [4954] | 1 | Simplification dans Q

Simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{15}{27}$$

$$\frac{36}{15}$$

$$\frac{48}{64}$$

$$\frac{140}{870}$$

$$\frac{108}{432}$$

$$\frac{588}{108}$$

$$\frac{432}{588}$$

$$\frac{882}{1134}$$

Application | [4955] | 2 | Simplification dans Q

Simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{8 \times 12 \times 25}{16 \times 3 \times 75}$$

$$\frac{9 \times 1024 \times 121}{33 \times 256 \times 81}$$

$$\frac{7 \times 81 \times 15}{10 \times 9 \times 14}$$

$$\frac{77 \times 16 \times 36}{18 \times 49 \times 8}$$

2. Opérations avec les écritures fractionnaires

Théorème 2 – Somme d'écritures fractionnaires

Règle de calcul

Pour tous réels a , b et $c \neq 0$, on a :

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\begin{aligned} \frac{17}{24} + \frac{31}{24} &= \frac{17+31}{24} & \frac{25}{24} - \frac{19}{24} &= \frac{25-19}{24} \\ &= \frac{48}{24} & &= \frac{6}{24} \\ &= \frac{2}{1} & &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Cas d'écritures fractionnaires de dénominateurs différents

Principe de calcul | Réduction au même dénominateur

Pour tous réels a , $b \neq 0$, c et $d \neq 0$, on a : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times d} + \frac{c \times b}{d \times b} = \frac{ad+bc}{bd}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} + \frac{1}{2} &= \frac{1 \times 2 + 1 \times 3}{2 \times 3} \\ &= \frac{2+3}{6} \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} - \frac{3}{5} &= \frac{2 \times 5 - 3 \times 3}{3 \times 5} \\ &= \frac{10-9}{15} \\ &= \frac{1}{15} \end{aligned}$$

Écritures fractionnaires et réels



On rappelle que pour tout réel a , on a : $a = \frac{a}{1}$.

Application | 4956 | 3 | Opérations dans \mathbb{Q}

Donner sous forme d'une fraction simplifiée le résultat du calcul :

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{2} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{8}{9} + \frac{5}{6}$$

$$-\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{15} + \frac{2}{3}$$

Théorème 3 – Multiplication et quotient d'écritures fractionnaires

Règle de calcul

Pour tous réels a , b , $c \neq 0$ et $d \neq 0$:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Règle de calcul

Pour tous réels a , $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$, on a :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$



On retient souvent cette règle par : « diviser, c'est multiplier par l'inverse ».

$$\begin{aligned}\frac{5}{12} \times \frac{4}{30} &= \frac{5 \times 20}{12 \times 30} \\ &= \frac{100}{360} \\ &= \frac{5}{18}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{7}{6} \times \frac{18}{49} &= \frac{7 \times \overbrace{18}^{6 \times 3}}{6 \times \underbrace{49}_{7 \times 7}} \\ &= \frac{7 \times 6 \times 3}{6 \times 7 \times 7} \\ &= \frac{3}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{8}} &= \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} \\ &= \frac{3 \times 8}{4 \times 9} \\ &= \frac{3 \times 4 \times 2}{3 \times 4 \times 3} \\ &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\frac{5}{12}}{\frac{25}{18}} &= \frac{5}{12} \times \frac{18}{25} \\ &= \frac{5 \times 18}{12 \times 25} \\ &= \frac{5 \times 6 \times 3}{5 \times 6 \times 5} \\ &= \frac{2 \times 3}{3 \times 5} \\ &= \frac{2 \times 5}{3 \times 5} \\ &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Application [4957] | 4 | Opérations dans \mathbb{Q}

Donner sous forme d'une fraction simplifiée le résultat du calcul :

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$$

$$\frac{15}{49} \times \frac{21}{25}$$

$$\frac{36}{64} \times \frac{24}{30}$$

$$\frac{55}{32} \times \frac{24}{33}$$

$$\frac{120}{75} \times \frac{50}{90}$$

Application [4958] | 5 | Opérations dans \mathbb{Q}

Effectuer les calculs suivants :

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{5}{6}$$

$$\frac{5 - 3 \times 7}{5 + 9 \times 3}$$

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}}{\frac{17}{9} - \frac{1}{3}}$$

$$\frac{5}{7} + \frac{1}{7} \times \left(5 + \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{10}{9}}$$

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{17}{9} - \frac{1}{6}}$$

$$\frac{2}{13} - \frac{5}{12} \div \frac{10}{16}$$

$$\frac{\frac{4}{3} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{2} + 1}$$

$$\frac{2 - \frac{5}{12}}{\frac{1}{3} - \frac{5}{8}}$$

$$\frac{\frac{4}{3}}{3 + \frac{10}{5 - \frac{2}{5}}}$$

$$\frac{\frac{5}{3} - \frac{7}{4}}{1 + \frac{1}{6}}$$

Application [4959] | 6 | Opérations dans \mathbb{Q}

Effectuer les calcul suivants :

$$\frac{1 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{23}{7}}$$

$$\frac{5 - \frac{2-3}{5-9}}{\frac{3+1}{4} + \frac{9-4}{3}}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

Application [4960] | 7 | Opérations dans \mathbb{Q}

Les égalités suivantes sont-elles correctes ?

$$\frac{\frac{7}{8} - \frac{7}{8} \times \frac{3}{7}}{3 \times 2 - 2} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{\frac{25}{2}}{\left(\frac{5}{4}\right)^2} \right)^2 = 64$$

$$\frac{\left(1 + \frac{1}{2}\right)^2}{\frac{3}{5} + \frac{3}{4}} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{2}{1 + \frac{3}{2 + \frac{5}{2}}} = \frac{6}{5}$$