Consignes générales | Important

On attachera une **grande importance à la rédaction des réponses**, résoudre un exercice de mathématiques ne consiste nullement à produire un enchaînement ou enchevêtrement d'écritures algébriques sans explications ou commentaires. La longueur d'une réponse n'a rien à voir avec la longueur de la question... **On fera donc apparaître tous les résultats et raisonnements intermédiaires qui ont permis d'aboutir à la solution**.

Dans le cas où un(e) étudiant(e) repère ce qui lui semble être une **erreur d'énoncé**, il (elle) le signale très rapidement au **professeur**.

Un peu de technique

EX. 1 | Réf. 0596

À l'aide d'une intégration par parties, calculer la valeur de l'intégrale $I = \displaystyle\int_2^3 \frac{y}{\sqrt{y-1}}\,\mathrm{d}y$.

EX. 2 | Réf. 0597

À l'aide du changement de variables $u = \mathrm{e}^{\,t}$, calculer la valeur de l'intégrale $I = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}^{\,2}} \frac{\ln(u)}{u + u\,(\ln(u))^2}\,\mathrm{d}u$.

Mobiliser l'ensemble de ses connaissances

EX. 3 | Réf. 0910

On considère la fonction f définie par : $f : \left|\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ t & \longmapsto & \dfrac{2\mathrm{e}^{\,t}}{\sqrt{1+t^2}} \end{array}\right.$.

1. Dresser le tableau de variations complet pour f en précisant notamment les limites aux bornes de son ensemble de définition.

2. **a.** Démontrer que : $\forall t \in [0;+\infty[\,,\ 2\mathrm{e}^{\,t} - t - t^2 > 0$ et $1 + t \geq \sqrt{1+t^2}$.

b. En déduire que : $\forall t \in [0;+\infty[\,,\ f(t) > t$.

3. On considère l'application G donnée par : $G : \left|\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \displaystyle\int_{-x}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t \end{array}\right.$.

a. Montrer que G est une fonction impaire.

b. À l'aide d'une primitive F de f sur $\mathbb{R}$ dont on justifiera l'existence, montrer que G est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}$ et expliciter alors $G'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

c. Quelle est la limite de $G(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$?

d. Dresser le tableau de variations complet pour G sur $\mathbb{R}$ en précisant notamment les limites aux bornes de son ensemble de définition.